

MAT3055 - PROBABILITES

Cycle :	Fondamental	Lieu :	Paris-Ivry/Laval
Bloc :	MATHEMATIQUES et INFORMATIQUE	Coefficient :	2
Langue:	Français		
Volume horaire	21 h	Cours/TD :	0 h
		Cours :	0 h
		TD :	21 h
		TP :	0 h
		Projet :	0 h
		Atelier :	0 h

Résumé du module :

- La première partie (Calcul des probabilités) de ce module renferme les outils probabilistes de base qui, au-delà de leur importance et utilité intrinsèques, sont nécessaires à la compréhension de la deuxième partie (Statistique inférentielle), dont les applications dans des domaines très divers sont nombreuses : Epidémiologie, Finances, Assurances, Informatique ...
- Les éléments probabilistes ou (et) statistiques dispensés dans ce module peuvent aussi être utilisés par les étudiants pour agrémenter leurs projets intermédiaires ou de fin d'études, de traitements statistiques de données.
- Les outils contenus dans ce module sont également indispensables pour suivre convenablement plusieurs modules de 4A, dont : Processus stochastiques, Signaux aléatoires et Analyse des données.

Objectifs d'apprentissage

Comprendre les concepts de la théorie des probabilités et des statistiques
 Connaître les conditions d'applications et d'utilisation des outils sur des cas concrets
 Etre capable d'utiliser les techniques statistiques dans différents domaines d'ingénierie (sécurité, médical, aide à la décision, processus industriels...)

Situations d'apprentissage évaluées

Exercices pendant les séances de cours (correction par les étudiants au tableau sous la supervision du professeur)
 Examen final (temps 90 minutes)
 Micro-projet

Contenu :

Ière Partie : Calcul des probabilités

- Espaces probabilisés
- 1. Introduction
- Expérience aléatoire
- Evénements
- Espace des épreuves

- Langage des événements
- Notion de probabilité
- 2. Espace probabilisé fini
 - Définitions
 - Propriétés
 - Calcul d'une probabilité sur un espace probabilisable fini
 - Equiprobabilité
- 3. Espace probabilisé : cas général
 - Introduction
 - Sigma-algèbre (ou Tribu)
 - Système complet d'événements
 - Espace probabilisé
- 4. Probabilités conditionnelles
 - Introduction
 - Probabilité conditionnelle
 - Formule des probabilités composées
 - Formule des probabilités totales
 - Formule de Bayes
- 5. Indépendance en probabilité (ou stochastique)
 - Indépendance de deux événements
 - Indépendance d'une suite d'événements

Généralités sur les variables aléatoires

1. Définitions
2. Opérations
3. Fonction de répartition
4. Différents types de variables aléatoires

Variables et vecteurs aléatoires discrets

1. Variables aléatoires discrètes finies
 - Loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle discrète finie
 - Fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle discrète finie
 - Loi d'une fonction d'une variable aléatoire réelle discrète finie
 2. Moments d'une variable aléatoire réelle discrète finie
 - Espérance mathématique
 - Variance et Ecart type
 3. Couple de variables aléatoires discrètes finies
 - Loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires réelles discrètes finies
 - Lois marginales
 - Indépendance de deux variables aléatoires réelles discrètes finies
 - Covariance et Coefficient de corrélation linéaire
 - Lois conditionnelles
 - Espérance et variance conditionnelles
-
- Lois discrètes usuelles
1. Lois discrètes finies
 - Loi de Bernoulli
 - Loi binomiale
 - Loi hypergéométrique

- Loi uniforme sur l'intervalle entier $[1, n]$
- 2. Lois discrètes infinies
 - Loi géométrique
 - Loi de Poisson
- 3. Fonction génératrice
- 4. Fonction caractéristique

- Variables aléatoires réelles (v.a.r.) à densité (ou continues)
 - 1. Généralités
 - Densité et fonction de répartition
 - Exemples de fonctions d'une v.a.r. à densité
 - Espérance mathématique
 - Variance et Ecart type
 - Densité d'une somme de deux v.a.r. continues indépendantes
 - 2. Lois usuelles
 - Loi uniforme sur un intervalle $[a, b]$
 - Loi exponentielle
 - Loi normale (ou de Laplace-Gauss)
 - 3. Fonction génératrice
 - 4. Fonction caractéristique

- Simulation
 - 1. Lois discrètes
 - 2. Lois continues

- Vecteurs aléatoires continus
 - 1. Couple de variables aléatoires réelles continues
 - Loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires réelles continues
 - Lois marginales
 - Lois conditionnelles
 - Indépendance de deux variables aléatoires réelles
 - Covariance et Coefficient de corrélation linéaire
 - Espérance et variance conditionnelles
 - 2. Généralisation à un vecteur aléatoire de dimension n

- Convergences
 - 1. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev
 - Théorème et exemple d'application
 - Loi faible des grands nombres
 - 2. Convergence en loi et approximations
 - Convergence en loi
 - Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson
 - Approximation de la loi hypergéométrique par la loi binomiale
 - Théorème central limite
 - Approximation de la loi binomiale par la loi normale

- IIème partie : Éléments de statistique inférentielle
 - Échantillonnage

1. Introduction à l'inférence statistique, le modèle d'inférence
2. Quelques statistiques usuelles (moyenne et variance empiriques, fréquence empirique) et leurs propriétés
3. Propriétés asymptotiques des statistiques usuelles
4. Lois dérivées de la loi normale
 - Loi de Student
 - Loi du Khi-deux (ou de Pearson)
 - Loi de Fisher-Snedecor
5. Application aux petits échantillons issus d'une loi normale
 - Estimation statistique
 1. Généralités
 2. Estimation ponctuelle
 3. Estimation par intervalles de confiance
 4. Détermination de la taille d'échantillon pour obtenir une précision fixée
 5. Tests d'hypothèses (Tests du Khi-deux d'ajustement et d'indépendance)
 6. ANOVA (ANalysis Of VAriance)

Méthodes pédagogiques :

TD, projets

Evaluation :

A définir

Supports :

Probabilités et statistiques pour l'ingénieur

http://www.math-info.univ-paris5.fr/~ebirmele/depots/Enseignements/Stat_Ing.pdf

Cours élémentaire de probabilités pour ingénieurs

<http://www.math.univ-montp2.fr/~mas/Proba.pdf>

Introduction à la statistique avec R

MOOC n° 42001S06 sur www.fun-mooc.fr

Statistique pour l'ingénieur

MOOC n° 04008S02 sur www.fun-mooc.fr

Bibliographie :

Mots clés :

Probabilité, Variable aléatoire, Lois de probabilité, Espérance mathématique, Variance, Ecart type, Estimation, Intervalles de confiance, Tests d'hypothèses