



## MATHÉMATIQUES : DEVOIR SUR LE CHAPITRE 4

Prénom NOM : \_\_\_\_\_

**Exercice 1**

On considère les applications  $f$ ,  $g$  et  $h$  définies ci-après. Répondre *sans justifier* à chacune des questions suivantes. Simplifier au maximum les résultats obtenus.

$$\begin{array}{lll} f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} & g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} & h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \\ x \mapsto 2x + 1 & (x, y) \mapsto y^2 - x & x \mapsto (x, 2x) \end{array}$$

1. Donner l'image de 0 par la fonction  $h$ .

2. Donner tous les antécédents de  $-1$  par la fonction  $f$ .

3. Donner  $(h \circ g)(x, y)$  pour tout  $(x, y)$  de  $\mathbb{Z}^2$ .

4. Donner  $(f \circ g)(x, y)$  pour tout  $(x, y)$  de  $\mathbb{Z}^2$ .

5. Donner  $(h \circ f)(x)$  pour tout entier  $x$  de  $\mathbb{Z}$ .

6. Donner  $(g \circ h)(x)$  pour tout entier  $x$  de  $\mathbb{Z}$ .

7. Donner  $(f \circ f \circ f)(x)$  pour tout entier  $x$  de  $\mathbb{Z}$ .

## Exercice 2

On pose  $E = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ . On considère les éléments de  $E^E$  notés  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$  et  $u_6$  définis pour tout  $x$  de  $E$  par les égalités ci-après, ainsi que les éléments de  $\{1, 2, 3\}^{\{1, 2, 3\}}$  notés  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5$  et  $\sigma_6$  suivants. Compléter *sans justifier* les tables de la loi de composition  $\circ$ .

$$u_1(x) = 1-x \quad u_2(x) = \frac{1}{1-x} \quad u_3(x) = \frac{x-1}{x} \quad u_4(x) = \frac{1}{x} \quad u_5(x) = x \quad u_6(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$\begin{array}{llllll} \sigma_1 : & 1 \mapsto 2 & \sigma_2 : & 1 \mapsto 1 & \sigma_3 : & 1 \mapsto 3 \\ & 2 \mapsto 1 & & 2 \mapsto 2 & & 2 \mapsto 2 \\ & 3 \mapsto 3 & & 3 \mapsto 3 & & 3 \mapsto 1 \\ \sigma_4 : & 1 \mapsto 1 & \sigma_5 : & 1 \mapsto 3 & \sigma_6 : & 1 \mapsto 2 \\ & 2 \mapsto 3 & & 2 \mapsto 1 & & 2 \mapsto 3 \\ & 3 \mapsto 2 & & 3 \mapsto 2 & & 3 \mapsto 1 \end{array}$$

$\uparrow \circ$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$
$u_1$						
$u_2$						
$u_3$						
$u_4$						
$u_5$						
$u_6$						

$\uparrow \circ$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_4$	$\sigma_5$	$\sigma_6$
$\sigma_1$						
$\sigma_2$						
$\sigma_3$						
$\sigma_4$						
$\sigma_5$						
$\sigma_6$						