ÉCOLE SUPÉRIEURE D'INFORMATIQUE, ÉLECTRONIQUE, AUTOMATIQUE

1A – Cycle de transition – Année 2015-2016

MATHÉMATIQUES : DEVOIR SUR LE CHAPITRE 4

Prénom NOM : ____________________

Exercice 1

On considère une relation binaire $\mathcal{S}$ définie sur un ensemble non vide X. Relier chaque propriété de $\mathcal{S}$ à sa traduction quantifiée.

La relation $\mathcal{S}$ est réflexive. •	• $\forall x \in X,\ x\mathcal{S}x$.
La relation $\mathcal{S}$ est transitive. •	• $\forall (x,y) \in X^2,\ x\mathcal{S}y \Longrightarrow y\mathcal{S}x$.
La relation $\mathcal{S}$ est symétrique. •	• $\forall (x,y,z) \in X^3,\ (x\mathcal{S}y \text{ et } y\mathcal{S}z) \Longrightarrow x\mathcal{S}z$.

Exercice 2

Sur $\mathbb{R}$, on définit la relation $\mathcal{R}$ en posant $x\mathcal{R}y \Longleftrightarrow x + y^2 = y + x^2$ pour tout (x,y) de $\mathbb{R}^2$.

1. *Sans justifier*, donner trois éléments distincts (a,b) de $\mathbb{R}^2$ vérifiant $a\mathcal{R}b$.

2. Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence.

3. Donner *sans justifier* la classe d'équivalence de 0 puis la classe d'équivalence de $\dfrac{1}{2}$.

Exercice 3

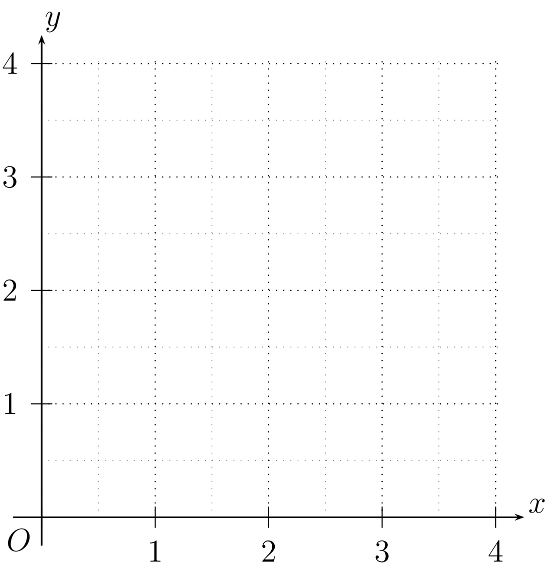
Soit $E = \{1, 2, 3, 4\}$. On note G et H les sous-ensembles de E^2 suivants.

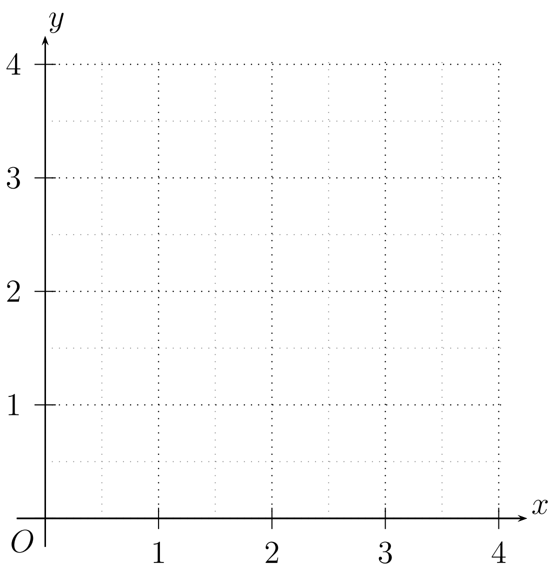
$$G = \{(2,1), (1,2), (2,4), (3,4), (4,3), (4,4), (4,2)\} \qquad H = \{(1,1), (3,3), (4,4), (3,1), (1,3)\}$$

On définit les relations $\mathcal{R}_G$ et $\mathcal{R}_H$ de la manière suivante, pour tout (x, y) de E^2.

$$x \,\mathcal{R}_G\, y \iff (x,y) \in G \qquad\qquad x \,\mathcal{R}_H\, y \iff (x,y) \in H$$

Représenter G et H puis, pour chacune des douze questions ci-après, cocher la bonne réponse. *Aucune justification n'est attendue.*





	VRAI	FAUX
1. La relation $\mathcal{R}_H$ est symétrique.	☐	☐
2. La relation $\mathcal{R}_H$ est une relation d'ordre.	☐	☐
3. La relation $\mathcal{R}_G$ est antisymétrique.	☐	☐
4. On a l'assertion : $(4,3) \in G$.	☐	☐
5. On a l'assertion : $1 \,\mathcal{R}_H\, 2$.	☐	☐
6. On a l'assertion : $\forall x \in E, x \,\mathcal{R}_H\, x$.	☐	☐
7. La relation $\mathcal{R}_H$ est transitive.	☐	☐
8. La relation $\mathcal{R}_G$ est une relation d'équivalence.	☐	☐
9. La relation $\mathcal{R}_G$ est transitive.	☐	☐
10. On a l'assertion : $2 \,\mathcal{R}_G\, 4$ et $4 \,\mathcal{R}_G\, 3$.	☐	☐
11. La relation $\mathcal{R}_G$ est réflexive.	☐	☐
12. On a l'assertion : $(4,4) \in G \cap H$.	☐	☐