ÉCOLE SUPÉRIEURE D'INFORMATIQUE, ÉLECTRONIQUE, AUTOMATIQUE

1A – Cycle de transition – Année 2014-2015

esiea
ECOLE D'INGENIEURS
DU MONDE NUMERIQUE

ATELIER DE RENFORCEMENT NUMÉRIQUE : EXAMEN DU JEUDI 29 JANVIER

Durée de l'épreuve : 60 minutes

*L'examen comporte **quatre exercices**. Documents et calculatrices sont **interdits**.*
La qualité de la rédaction et la présentation entreront dans l'appréciation des copies.

L'intégralité du sujet devra être rendue avec la copie.

Exercice 1 [4 points]

On note (E) l'équation différentielle $y'' - 2y' - 3y = 3x - 1$.

1. Préciser l'équation homogène (E_0) associée à (E) et donner les solutions de (E_0) sur $\mathbb{R}$.

2.a. Donner *sans aucune justification* une solution particulière de (E) sur $\mathbb{R}$. *On pourra chercher cette solution sous la forme d'une fonction affine.*

2.b. En déduire l'ensemble des solutions de (E) définies sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 [5 points]

On note f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = x - e^{-x}$.

1. Étudier la limite de f en $-\infty$, puis la limite de f en $+\infty$.

2.a. Calculer la dérivée de la fonction f ; en déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

2.b. Donner une équation de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 0.

3.a. Montrer que l'étude de la position de T par rapport à la courbe de f peut s'effectuer en déterminant le signe de la fonction g définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{-x} + x - 1$.

3.b. Calculer l'expression algébrique de g'.

3.c. En déduire les variations de g puis le signe de $g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

3.d. Conclure sur la position de T par rapport à la courbe de f.

Exercice 3 [5,25 points]

Sur l'**ANNEXE**, relier un début de phrase de la colonne de gauche à une fin de phrase de la colonne de droite, de manière à ce que les propositions ainsi constituées soient vraies. Chaque partie de phrase peut servir une ou plusieurs fois... ou ne pas être utilisée du tout !

Une réponse correcte apporte 0,75 point ; une réponse incorrecte enlève 0,75 point. L'absence de réponse n'enlève ni n'ajoute aucun point. Un éventuel total négatif sera ramené à 0. *Aucune justification n'est attendue.*

Exercice 4 [6 points]

Donner la valeur des intégrales suivantes. *Aucune justification n'est attendue.*

$$I = \int_0^1 (1-x)e^{-x}\,\mathrm{d}x \qquad J = \int_1^2 \ln x\,\mathrm{d}x \qquad K = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x \sin^2 x\,\mathrm{d}x \qquad L = \int_1^2 \frac{2x^2+3x-1}{x}\,\mathrm{d}x$$

ANNEXE

(à rendre avec la copie)

Prénom NOM : ______________________________

	• ... est égal à $2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$.
Le nombre complexe $\dfrac{6}{1+i}$ ... •	• ... est égal à $3\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$.
Le nombre complexe $\left(1+i\sqrt{3}\right)^3$ ... •	• ... est un imaginaire pur.
Le nombre complexe $2-2i$ ... •	• ... est solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 = 4z - 8$.
Le nombre complexe $2+2i$ ... •	• ... est égal à $2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.
Le nombre complexe $3+3i$ ... •	• ... est un réel.
	• ... est égal à $3\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.